

Objectif général :

Le décloisonnement disciplinaire a pour objectif de mettre en évidence les connexions entre différentes matières. Il contribue à donner du sens aux apprentissages et favorise la compréhension de concepts, parfois abstraits, en les replaçant dans un contexte concret. Il permet de susciter l'engagement des élèves, en stimulant leur curiosité, et développe des compétences transversales, telles que l'analyse, le raisonnement et l'autonomie. Enfin, il consolide la mémorisation des connaissances et encourage l'exercice de l'esprit critique.

Objectif spécifique de la ressource

Cette séquence contribue, en mathématiques, à réinvestir et approfondir des éléments d'arithmétique, à partir de la modélisation d'un problème de décalage issu de l'étude, en éducation musicale, de l'œuvre « *Clapping music* » de Steve Reich. Le modèle mathématique permet ensuite de créer des œuvres musicales avec des contraintes de décalage plus complexes. En mettant en évidence leurs apports mutuels, cette approche permet aux élèves de saisir les liens étroits qui peuvent unir les deux disciplines.

Niveau de classe : troisième

Les connaissances et compétences des programmes

Préambule à destination des professeurs de mathématiques : La modélisation mathématique du problème conduit à l'introduction du PPCM de deux nombres entiers (naturels). Si cette notion n'est pas mentionnée dans le programme du cycle 4, y figurent en revanche la modélisation et la résolution de problèmes mettant en jeu la divisibilité, en particulier l'étude d'engrenages. Les décalages musicaux s'y apparentent, et fournissent un exemple très concret. Par souci de rigueur mathématique, les auteurs ont fait le choix, dans les corrigés, de formaliser la définition et les propriétés, mais la séquence peut être abordée avec une approche uniquement intuitive du PPCM.

Mathématiques	Éducation musicale
<p>Connaissances :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Multiples et diviseurs. - Définition d'un nombre premier ; liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30. 	<p>Connaissances :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Principe de répétition / motif (pattern). - Déphasage / canon. - Tempo / pulsation / régularité. - Percussions corporelles / coordination rythmique.
<p>Compétences :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier. - Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main ou à l'aide d'un logiciel). - Modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité (engrenages, conjonction de phénomènes, etc.). <p>L'activité mobilise l'ensemble des six compétences mathématiques. De manière non exhaustive :</p> <p>Chercher</p> <ul style="list-style-type: none"> - Extraire (...) les informations utiles, les reformuler, les organiser, les confronter à ses connaissances. - S'engager dans une démarche scientifique (...), simplifier ou particulariser une situation, (...). - Décomposer un problème en sous-problèmes. 	<p>Compétences :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Approche possible à partir des quatre champs de compétences disciplinaires au regard d'un corpus d'œuvres d'écoute (œuvre de référence et œuvre(s) complémentaire(s)) adapté : <p>Réaliser des projets musicaux d'interprétation ou de création</p> <ul style="list-style-type: none"> - Réaliser un projet musical dans un cadre collectif (groupe classe), en petit groupe ou individuellement. <p>Écouter, comparer, construire une culture musicale commune</p> <ul style="list-style-type: none"> - Identifier par comparaison les différences et ressemblances dans l'interprétation d'une œuvre donnée.

<p>Modéliser</p> <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître un modèle mathématique et raisonner dans le cadre de ce modèle pour résoudre un problème. - Traduire en langage mathématique une situation réelle. <p>Représenter</p> <ul style="list-style-type: none"> - Choisir et mettre en relation des cadres adaptés pour traiter un problème ou pour étudier un objet mathématique. <p>Raisonner</p> <ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des problèmes (...). - Mener collectivement une investigation (...). - Démontrer : utiliser un raisonnement logique (...). <p>Calculer</p> <ul style="list-style-type: none"> - Calculer avec des nombres (...). <p>Communiquer</p> <ul style="list-style-type: none"> - Expliquer à l'oral ou à l'écrit (...). 	<p>Explorer, imaginer, créer et produire</p> <p>Dans le domaine de la production :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Mobiliser à bon escient un système de codage pour organiser une création. <p>Dans le domaine de la perception :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Réinvestir ses expériences personnelles de la création musicale pour écouter, comprendre et commenter celle des autres. <p>Échanger, partager, argumenter et débattre</p> <p>Dans le domaine de la production :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Contribuer à l'élaboration collective de choix d'interprétation ou de création. <p>Dans le domaine de la perception :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Distinguer les postures de créateur, d'interprète et d'auditeur.
---	---

Déroulé

L'étude de l'œuvre « Clapping music » de Steve Reich permet aux élèves d'aborder les notions de : répétition, motif musical (pattern), décalage/déphasage, tempo, pulsation et coordination rythmique. Une étude mathématique permet de modéliser le problème, afin d'appréhender des situations de décalages plus complexes, mises au service de la création musicale.

Les séances 1 à 3 sont prévues pour une durée approximative d'une heure, et la séance 4 pour une durée approximative de deux heures. Des approfondissements sont ensuite proposés pour enrichir le travail à l'issue de la séquence. Les modalités d'animation pédagogique alternent entre travail collectif, individuel, en binômes ou en groupes.

Séance 1	Séance 2	Séance 3	Séance 4
À la découverte du décalage musical	Le modèle mathématique du décalage musical (Partie 1)	Le modèle mathématique du décalage musical (Partie 2)	Et maintenant, créons !
Éducation musicale	Mathématiques	Mathématiques	Éducation musicale Mathématiques

Séance 1 – À la découverte du décalage musical

Objectif(s) commun(s) : Découvrir, par l'étude de « *Clapping music* » de Steve Reich et son interprétation, les notions de motif musical et de décalage.

Objectif(s) disciplinaire(s) : Pratiquer à partir de percussions corporelles pour percevoir le motif rythmique de base en y associant un ou plusieurs décalages.

Choix didactiques : La situation d'enseignement-apprentissage prend appui sur la pratique en percussions corporelles du groupe classe par jeu d'imitations du motif principal, à partir duquel l'enseignant organisera un décalage progressif d'une note, puis de deux notes, voire davantage en fonction du niveau du groupe classe, l'objectif étant d'opérer le maximum de décalages par rapport au motif initial. Si l'enseignant peut dans un premier temps se prêter au jeu des déphasages face au groupe classe, la mise en place de deux groupes d'élèves a minima permettra d'envisager progressivement les décalages. La principale difficulté pour les élèves

sera d'opérer les déphasages successifs et l'enseignant pourra aider, à l'aide d'un geste de direction pour donner les départs, si les élèves ne parviennent pas à compter et à partir au bon moment. Il apparaît judicieux de nommer un élève responsable des départs (pour les déphasages) pour une meilleure coordination.

Démarche pédagogique envisagée :

Introduction : Pratiquer le pattern de base avec le groupe classe en s'appuyant sur plusieurs capacités/attitudes développées en cours d'éducation musicale depuis le cycle 3 (respect d'une pulsation, d'un tempo, coordination du groupe, homogénéité sonore, régularité rythmique, concentration).

Étape 1 : Le motif principal est interprété par le groupe classe et répété autant de fois que nécessaire jusqu'à une coordination parfaite de tous les élèves. Prendre une pulsation plus lente que l'original renforcera les chances de succès de l'interprétation collective.

Étape 2 : Le groupe classe reproduit en autonomie le motif principal (un élève est responsabilisé pour donner le départ), et l'enseignant effectue un premier déphasage (cf. piste 2 fiche séance 1) puis un second afin de consolider l'interprétation du motif principal (régularité rythmique, concentration, homogénéité sonore).

Étape 3 : Une phase d'apprentissage du premier déphasage est réalisée cette fois auprès du groupe classe et l'inverse de l'étape 2 peut être opéré. L'enseignant effectue alors le motif principal et les élèves le déphasage. Un élève peut être mobilisé, afin de compter les 12 temps en continu en répétition à haute voix pour sécuriser le départ sur le 12^{ème} temps. L'objectif de cette étape est de rendre les élèves autonomes du départ sur le 12^{ème}, puis le 11^{ème} temps, puis les suivants. Sans ce repère temporel, les déphasages seront presque impossibles à mettre en place. Une fois les départs effectués au bon endroit, l'objectif est de scinder la classe en deux groupes, en plaçant l'élève compteur au centre. L'enseignant se retrouve alors dans une posture d'observation et peut éventuellement enregistrer le travail des élèves.

À noter que les déphasages dans l'œuvre de Steve Reich sont opérés en continu. Ce processus est difficile à réaliser avec une classe. Il apparaît plus judicieux de démarrer les déphasages (2,3,4...) après un temps de retour du motif principal seul répété au moins une fois.

La séance se clôture par une autoévaluation des compétences travaillées et évaluées de manière formative.

Séance 2 – La modèle mathématique du décalage musical (Partie 1)

Objectif(s) commun(s) : Élaborer un modèle mathématique du décalage musical.

Objectif(s) disciplinaire(s) : Appréhender la notion de multiple, de multiple commun, de plus petit multiple commun.

Choix didactiques : La situation d'enseignement s'appuie sur une problématisation prenant appui sur la première séance, réalisée en cours d'éducation musicale. Le principe de décalage, découvert avec le morceau « *Clapping music* » de Steve Reich, est étudié et permet d'élaborer un modèle mathématique simplifié pour un décalage quelconque. Le modèle émerge progressivement, avec des exemples de plus en plus complexes et une alternance des modalités de recherche (travail individuel, en binômes ou en groupes). Son élaboration permet d'introduire collectivement la notion de PPCM de deux nombres entiers.

Démarche pédagogique envisagée :

Introduction : Généralisation du procédé

Cette courte introduction est lue par un élève. Le professeur demande ensuite à la classe de la reformuler, pour s'assurer de la compréhension de l'objectif.

Étape 1 : Simplification du problème

La lecture du premier paragraphe est effectuée par un élève, puis le tableau est commenté avec la classe, avant d'engager la recherche individuelle de l'exercice 1. La correction, collégiale, doit s'appuyer sur la verbalisation des élèves pour aboutir à la simplification du problème. Le bilan est rédigé avec la classe, puis les tableaux simplifiés des deux décalages (1 note et 2 notes) sont complétés.

Étape 2 : Deux autres exemples

La recherche s'effectue en binômes (exercices 2 et 3). L'objectif est d'initier des échanges entre pairs pour que les élèves s'approprient le modèle simplifié. La correction peut, selon l'observation in situ par le professeur, être réalisée collégalement ou simplement validée au sein de chaque binôme.

Étape 3 : Un peu plus complexe

L'exercice 3 aborde des exemples plus complexes. Il est effectué sous la forme d'un travail de groupes (3 à 4 élèves). Là encore, la correction peut être réalisée collégalement ou seulement validée au sein de chaque groupe. L'objectif de la question 3 est de faire percevoir intuitivement aux élèves la notion de PPCM. Le bilan est effectué collectivement. La formalisation, fournie dans le corrigé, peut être écrite comme un approfondissement du programme de cycle 4, mais n'est pas indispensable.

Séance 3 – La modèle mathématique du décalage musical (Partie 2)

Objectif(s) commun(s) : Élaborer un modèle mathématique du décalage musical. Déterminer les caractéristiques d'un morceau avec un motif initial quelconque et un décalage quelconque.

Objectif(s) disciplinaire(s) : Appréhender des méthodes (liste des multiples, décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers) pour déterminer le plus petit multiple commun de deux nombres entiers (naturels).

Choix didactiques : Dans cette séance, le modèle mathématique est réactivé, d'abord avec la recherche intuitive de PPCM de deux nombres entiers (naturels). Ensuite, l'intérêt du PPCM est motivé en regard du problème initial. Il permet en effet de calculer le nombre de décalages nécessaires pour terminer le morceau, avec lequel on peut ensuite calculer le nombre total de notes du morceau. La recherche d'un PPCM permet donc de résoudre le problème. Des méthodes de calcul du PPCM sont ensuite étudiées, puis appliquées pour déterminer les caractéristiques d'un morceau avec un motif initial quelconque et un décalage quelconque.

Démarche pédagogique envisagée :

Introduction : Retour sur le modèle mathématique

L'exercice 1 est cherché individuellement, ou en binômes, puis corrigé collégalement. Ce tableau ayant déjà été complété à la fin de la séance 2, il est important de s'assurer que les élèves ne disposent pas de leur support précédent. Pour donner du sens à la notion et la contextualiser en regard de la problématique initiale, le professeur doit veiller à faire comprendre aux élèves que déterminer le PPCM du nombre de notes du motif initial et du nombre de notes du décalage permet ensuite de déterminer toutes les caractéristiques du morceau, donc de résoudre le problème.

Étape 1 : Cas où l'un des deux nombres est un multiple de l'autre

Il s'agit du cas le plus simple, amorcé par une série de très rapides questions flash (exercice 1). Le bilan (propriété) est rédigé avec la classe. Il peut être formulé en langage naturel : sa formalisation, qui figure dans le corrigé par souci de rigueur mathématique, n'est pas indispensable.

Étape 2 : Méthode avec la liste des diviseurs

La recherche est individuelle (exercices 3 et 4). L'objectif est d'initier une première méthode algorithmique. Le bilan avec la classe doit permettre aux élèves de mentionner la faible efficacité de celle-ci, qui permet de motiver la recherche de stratégies plus performantes.

Étape 3 : Méthode avec la décomposition en produit de facteurs premiers

Cette étape débute par deux rappels de cours (définition d'un nombre premier et théorème sur la décomposition d'un entier en produit de nombres premiers). Ceux-ci sont lus par des élèves et reformulés avec la classe. Le professeur peut, à cette occasion, faire citer aux élèves les nombres premiers inférieurs ou égaux à 30, et traiter avec la classe quelques exemples simples de décomposition en produit de facteurs premiers. L'exercice 5 fait l'objet d'une recherche en binômes. Le bilan collégial permet de faire émerger la

méthode à partir de la verbalisation des élèves. Elle est appliquée ensuite pour déterminer les deux PPCM manquants (décalages de 10 notes et de 11 notes) pour finaliser l'étude du morceau « *Clapping music* » de Steve Reich, dont le motif initial comporte 12 notes (exercice 6, exercice 7 et synthèse). Le professeur peut, en approfondissement, faire remarquer aux élèves que la dernière colonne présente une symétrie, et engager un débat avec la classe pour l'expliquer.

L'exercice 8 permet d'approfondir les notions abordées, grâce à l'étude d'un morceau avec un motif initial quelconque et un décalage quelconque. Il peut être proposé pour un travail de groupes.

Séance 4 – Et maintenant, créons !

Objectif(s) commun(s) : Utiliser le modèle mathématique pour créer son propre morceau.

Objectif(s) disciplinaire(s) :

Mathématiques : Appréhender la notion de multiple, de multiple commun, de plus petit multiple commun.

Éducation musicale : (CRÉATION) Pratiquer des déphasages à partir de motifs plus petits créés par les élèves.

Choix didactiques : Cette séance a pour vocation de synthétiser et d'enrichir les notions abordées au cours des séances précédentes, dans un cadre interdisciplinaire propice à la coanimation. Toutefois, si celle-ci n'est pas possible, les outils mathématiques mobilisés, accessibles, peuvent être utilisés par le professeur d'éducation musicale sans l'intervention du professeur de mathématiques.

Après une remobilisation dans le cadre de la pratique musicale (questions 1 à 4), on ajoute un second motif, avec un temps différent du premier et une interprétation sans décalage, c'est-à-dire que les interprètes commencent le morceau simultanément (questions 5 à 8). On modélise ensuite le problème mathématiquement, en s'appuyant sur des représentations (question 9). Ce nouveau problème permet de réinvestir la notion de PPCM. Dans la question 10, les résultats sont mis en pratique avec un morceau à trois motifs, que les élèves créent et interprètent.

On fournit enfin des pistes d'approfondissement mobilisant les outils numériques (programmation avec Scratch en mathématiques, création avec un logiciel du type Audacity en éducation musicale).

Démarche pédagogique envisagée :

Les différentes questions alternent les modalités d'animation :

- Questions 1 à 4 : travail individuel.
- Questions 5 à 8 : travail en binômes.
- Un premier bilan est effectué collégalement.
- Le premier exemple de la question 9, qui reprend la situation précédente, est commentée avec la classe.
- La question 9 est ensuite cherchée en binômes.
- Le bilan, effectué collectivement, permet de réactiver la notion de PPCM de deux nombres entiers (naturels).
- En approfondissement, le professeur peut faire remarquer aux élèves que l'ordre des lignes des représentations n'a pas d'importance. Le nombre total de notes de la séquence étant le PPCM des nombres de notes des motifs, on obtient ainsi que, pour tous nombres entiers (naturels) a et b , on a $PPCM(a; b) = PPCM(b; a)$.
- Question 10 : travail en trinômes.
- Les approfondissements proposés permettent une différenciation pédagogique (nombre de motifs, nombres de temps différents). Ils peuvent être effectués en classe ou hors de la classe, après une initiation aux logiciels.