

# Séance 3 – Le modèle mathématique du décalage musical (Partie 2) – Fiche de travail

## Introduction : Retour sur le modèle mathématique

### Exercice 1 :

On reprend le tableau réalisé à la fin de la séance 2, où  $M$  est le PPCM du nombre de notes du motif initial et du nombre de notes du décalage :

Nombre de notes du motif initial	Nombre de notes du décalage	Nombre de décalages	$M$	Nombre total de notes du morceau
12	1			
12	2			
12	3			
12	4			
12	5			
12	6			
12	7			
12	8			
12	9			

1. Remplir la quatrième colonne.
2. Comment obtient-t-on le nombre de décalages, si on connaît  $M$  et le nombre de notes du décalage ? Remplir alors la troisième colonne.
3. Comment obtient-t-on alors le nombre total de notes du morceau ? Remplir alors la dernière colonne.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Bilan :

.....

.....

.....

.....

.....

## Étape 1 : Cas où l'un des deux nombres est un multiple de l'autre

### Exercice 2 (questions flash) :

Donner, sans justifier, le plus petit multiple commun de :

- 1 et 12
- 2 et 12
- 3 et 12
- 4 et 12
- 6 et 12
- 12 et 12

Bilan :

.....

.....

.....

.....

## Étape 2 : Méthode avec la liste des multiples

### Exercice 3 : décalage de 5 notes, motif initial de 12

On étudie un décalage de 5 notes, avec un motif initial de 12.

1. Écrire la liste des multiples de 5 compris entre 0 et 120.
2. Écrire la liste des multiples de 12 compris entre 0 et 120.
3. En déduire le plus petit multiple commun de 5 et 12.

.....

.....

.....

.....

.....

### Exercice 4 : décalage de 7 notes, motif initial de 12

On étudie un décalage de 7 notes, avec un motif initial de 12.

1. Écrire la liste des multiples de 7 compris entre 0 et 120.
2. Écrire la liste des multiples de 12 compris entre 0 et 120.
3. En déduire le plus petit multiple commun de 5 et 12.

.....

.....

.....

.....

.....

## Étape 3 : Méthode avec la décomposition en produit de facteurs premiers

**Définition :** Un nombre premier est un nombre entier naturel qui possède exactement deux diviseurs, qui sont 1 et lui-même.

**Théorème :** Tout nombre entier naturel peut se décomposer en produits de facteurs premiers. Cette décomposition est unique à l'ordre des facteurs près.

### Exercice 5 :

- Décalage de 8 notes, motif initial de 12 ( $M = 24$ )
  - Décomposer 8 et 12 en produit de facteurs premiers.
  - Décomposer  $M$  en produit de facteurs premiers.
- Décalage de 9 notes, motif initial de 12 ( $M = 36$ )
  - Décomposer 9 et 12 en produit de facteurs premiers.
  - Décomposer  $M$  en produit de facteurs premiers.
- En observant les décompositions obtenues sur les deux exemples, comment peut-on obtenir  $M$  à partir des décompositions en facteurs premiers des deux nombres de départ ?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### Bilan :

.....

.....

.....

.....

### Exercice 6 : Décalage de 10 notes, motif initial de 12

Déterminer, avec la propriété précédente, le PPCM de 10 et 12.

.....

.....

.....

### Exercice 7 : Décalage de 11 notes, motif initial de 12

Déterminer, avec la propriété précédente, le PPCM de 11 et 12.

.....

.....

.....

**Synthèse des résultats :** On a déterminé toutes les possibilités pour le motif initial de 12 notes utilisé par Steve Reich. Compléter alors le tableau récapitulatif ci-dessous :

Nombre de notes du motif initial	Nombre de notes du décalage	Nombre de décalages	<i>M</i>	Nombre total de notes du morceau
12	1			
12	2			
12	3			
12	4			
12	5			
12	6			
12	7			
12	8			
12	9			
12	10			
12	11			

### Exercice 8 : Application à un morceau avec un motif initial quelconque et un décalage quelconque.

Compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de notes du motif initial	Nombre de notes du décalage	Nombre de décalages	<i>M</i>	Nombre total de notes du morceau
10	3			
24	6			
35	15			
105	12			
140	30			
450	60			